

---

## **Um olhar para o espelho. Emergência de um campo de reflexão teórica sobre Educação Matemática**

Ana Maria Boavida, Faculdade de Ciências e Tecnologia  
José Manuel Matos, Faculdade de Ciências e Tecnologia

*How can we in mathematics education hold a mirror up to ourselves?*

A pergunta feita por Jeremy Kilpatrick na sua intervenção plenária durante o quinto *International Congress on Mathematical Education* (ICME 5) em Adelaide (Austrália) permanece com uma actualidade marcante. A Teoria da Educação Matemática nasce precisamente da necessidade de compreender o que é a área de trabalho dos educadores matemáticos, de problematizar as direcções para onde poderá evoluir e de questionar as relações que pode ou deve estabelecer com áreas associadas. Trata-se no fundo de um esforço colectivo de saber quem somos, para onde vamos, o que nos diferencia de outros grupos, o que nos mantém unidos, quais as nossas características comuns. Kilpatrick fazia a pergunta com que iniciámos este texto num contexto que ele chamou de *reflexão e recursão*.

Estes dois conceitos podem, também neste artigo, iluminar a temática aqui em discussão. Reflexão porque a problemática da Teoria de Educação Matemática possui ressonâncias com a acção de nos observarmos ao espelho e de simultaneamente meditarmos sobre nós próprios. Recursão porque esta actividade reflexiva vai ser retomada como parte do nosso próprio campo de trabalho. Esta actividade tem vindo a estar presente no campo da Educação Matemática pelo menos desde os anos 70, e tomou, desde o princípio dos anos 80, o aspecto da procura de uma base teórica.

Propomos-nos discutir neste número da revista *Quadrante* a problemática do desenvolvimento de uma conceptualização global do campo da Educação

Matemática. Neste artigo, em particular, procuraremos fazer um breve historial do desenvolvimento da Teoria de Educação Matemática, destacando o que consideramos serem os seus pontos principais.

### Colocando as questões

Foi precisamente durante o ICME 5, em 1984, que Hans-Georg Steiner organizou uma Área Temática (“Topic Area”) intitulada *Theory of Mathematics Education (TME)*, procurando facilitar a comunicação entre investigadores interessados na gestação de uma teoria da Educação Matemática. Os debates iniciados nesta Área Temática foram prosseguidos numa conferência realizada após o congresso. Estas duas realizações tiveram como objectivos *revelar e discutir as necessidades*:

- de identificação e formulação de *problemas básicos* na orientação, fundamentação, metodologia e organização da Educação Matemática como uma disciplina;
- do desenvolvimento de uma *abordagem global* para a Educação Matemática, perspectivada na sua totalidade como um sistema interactivo que inclui investigação, desenvolvimento e prática, isto é, de uma *visão sistémica* como um *meta-paradigma* auto-aplicável;
- de uma *meta-investigação* relacionada com Educação Matemática. Por um lado esta investigação deveria fornecer informação e dados sobre a situação, os problemas e as necessidades da disciplina, respeitando consideráveis diferenças nacionais e regionais. Por outro lado, deveria contribuir para a produção de meta-conhecimento e de uma atitude auto-reflexiva como base para o estabelecimento e a realização de programas de desenvolvimento relacionados com a Teoria de Educação Matemática (Steiner, 1984, p. 1).

Como base para o lançamento da discussão na Área Temática TME estiveram oito comunicações. Balacheff analisou a investigação em Didáctica da Matemática em França; Mason propôs uma visão global da Educação Matemática como uma floresta em permanente mudança; Steinbring analisou uma abordagem sistémica a partir de uma situação didáctica sobre probabilidades; Steffe propôs que o cientista em educação deverá ser simultaneamente um observador, um professor e um teórico; Brousseau desenvolveu a sua teoria do contrato didáctico e noções associadas; Cooney reflectiu sobre as consequências da utilização de uma teoria na investigação sobre formação de professores; Christiansen divulgou os objectivos do grupo BACOMET (Basic

Concepts of Mathematics Education for Teachers) (Steiner e outros, 1984). Estas comunicações, onde estava patente a complexidade do campo, reflectiram diversas perspectivas de investigação em Educação Matemática, levantaram problemas e sugeriram programas de investigação.

A conferência posterior ao congresso, intitulada *Post-Congress Conference on Theory of Mathematics Education*, fora preparada com alguma antecedência e teve uma estrutura que permitiu o aprofundamento do tema. Apresentaram-se comunicações breves sobre os diversos tópicos, como forma de prolongar e aprofundar a discussão, e concluiu-se pela necessidade de efectuar estudos coordenados em articulação com conferências sobre temas específicos. Steiner fez uma intervenção em que traçou os aspectos gerais da Teoria de Educação Matemática, texto que publicamos neste número da revista. No final desta intervenção foram levantados dez pontos para discussão:

- diferentes definições de Educação Matemática como uma disciplina;
- uso de modelos, paradigmas, teorias na investigação em Educação Matemática; a situação actual; ferramentas de análise;
- micro e macro-modelos;
- teorias internas (“home-grown theories”) e interdisciplinaridade; transdisciplinaridade;
- relações entre teoria e prática;
- lugar e o papel da Educação Matemática nas instituições académicas, especialmente nas universidades;
- aspectos éticos, sociais e políticos da Educação Matemática;
- necessidade de abordagens gerais; teorias auto-referentes e auto-aplicáveis; o papel de uma visão sistémica;
- complementaridade e teoria da actividade;
- tipos de meta-investigação (ver o artigo de Steiner neste número da revista).

Estes pontos revelam que os participantes pareceram concentrar a sua atenção em três áreas fundamentais. Por um lado, manifestaram preocupação com o enquadramento teórico das investigações, questionando paradigmas, metodologias e a sua articulação com a prática. Por outro, procuraram reflectir sobre aspectos da vida profissional dos educadores matemáticos, nomeadamente sobre a situação académica do campo da Educação Matemática, problemas éticos e políticos. Finalmente, tentaram produzir reflexão sobre a globalidade da actividade de educador matemático.

Pode-se hoje constatar que estiveram em discussão nesta conferência diversas perspectivas (paradigmas?) sobre formas de olhar a Educação Mate-

mática. Umas valorizavam uma abordagem sistémica (Steiner, Brousseau, Steinbring); outras centravam-se numa orientação construtivista radical (Steffe); outras ainda, revelavam uma preocupação especial com a ligação entre teoria e prática (Brousseau, Cooney).

Participaram na Área Temática e na conferência que se lhe seguiu cerca de 100 educadores matemáticos de todo o mundo, o que poderia indiciar que o tema da Teoria de Educação Matemática estava relacionado com as preocupações sentidas por muitos deles. Fica-nos a questão de compreender o que terá levado a que um tão grande número de investigadores se sentisse motivado para participar naquela discussão.

## O contexto

Numa tentativa de explorar possíveis respostas para esta questão, procuraremos, à distância de alguns anos, situar alguns acontecimentos subjacentes ao início deste movimento, e ao entusiasmo que suscitou.

É no princípio dos anos 50 que, no rescaldo do pós-guerra, os educadores matemáticos começaram a institucionalizar processos de comunicação. Data desta altura a criação de uma secção especial dedicada à investigação na revista *The Mathematics Teacher*. Na Europa é nessa época que se inicia o movimento da *Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques* (CIEAEM), que reunindo diversas tendências, procurava essencialmente novos métodos e novos conteúdos para ensinar Matemática (Felix, 1985; Kilpatrick, 1992). Na segunda metade dos anos 50 assiste-se ao lançamento do movimento da Matemática Moderna que envolveu uma multiplicidade de projectos, programas e congressos. Este movimento centrava-se fundamentalmente na procura de alternativas curriculares aos programas em vigor (Matos, 1985).

Os educadores matemáticos começam a agrupar-se de forma mais sistemática no final dos anos 60 centrando os seus interesses em duas áreas fundamentais: o alargamento da possibilidade de comunicação entre os investigadores e a criação de condições facilitadoras da investigação. Assiste-se à organização de um conjunto de conferências procurando identificar áreas prioritárias (Kilpatrick, 1992). Data desta época a fundação de algumas das revistas ainda hoje importantes no campo da Educação Matemática: *Educational Studies in Mathematics*, *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* e *Journal for Research in Mathematics Education*. Finalmente, é por esta ocasião que se criam os

---

primeiros centros de investigação em Educação Matemática: os primeiros IREMs (Instituts de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques) em França, o IDM (Institut für Didaktik der Mathematik) na Alemanha e dois Shell Centres no Reino Unido. No final dos anos 70 existe já uma grande diversidade de organizações, conferências e revistas cujo principal tema de interesse é a Educação Matemática. De entre os grupos fundados nesta altura destaca-se o International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME).

Vai-se assim constituindo um corpo de investigadores que intencionalmente procuram reunir-se para partilhar e debater entre si preocupações e ideias e que vão desenvolvendo um conjunto de saberes próprios, progressivamente mais amplo. A produção de conhecimento em Educação Matemática torna-se, pois, uma actividade pública em que a comunicação entre membros do grupo é fundamental. Torna-se possível a discussão crítica de teorias e hipóteses, condição indispensável à produção de conhecimento científico. Constatamos que está preenchida uma das necessidades essenciais à constituição de uma *comunidade científica* no campo da Educação Matemática (Kuhn, 1989; Popper, 1988).

Esta progressão acompanhou o desenvolvimento da investigação educativa e, se produziu um crescimento quase exponencial da investigação, conduziu também a uma crise de identidade. Bauersfeld, por exemplo, escreve:

Nos últimos anos a minha visão da estrutura dos processos na sala de aula mudou como resultado da recolha de informação de diversas disciplinas, de ter participado em aulas de Matemática e de ter analisado vídeos de aulas de Matemática. A minha mudança subjectiva incluiu as finalidades do meu trabalho, o assunto a estudar, os métodos de investigação, assim como os paradigmas implícitos no meu pensamento. Este acontecimento pessoal apenas merece ser referido porque discussões com colegas levaram-me à conclusão de que as minhas dificuldades subjectivas apenas espelham dificuldades muito mais fundamentais na nossa profissão (1980, p. 36).

Os investigadores começam a questionar, fundamentalmente a três níveis, a qualidade do trabalho que têm vindo a desenvolver: a incapacidade revelada pela investigação em produzir efeitos sobre a aprendizagem na sala de aula, a consequente falta de credibilidade dos investigadores em Educação perante os seus colegas de outros campos científicos e a falta de confiança nos métodos científicos utilizados (Kilpatrick, 1992).

Esta insatisfação com o conteúdo do trabalho científico poderá indiciar a existência de uma crise no sentido kuhniano e mostrar como na comunidade dos educadores matemáticos estavam criadas condições para um

questionamento de paradigmas.

Retomemos a questão colocada no final da secção anterior: que razões poderão estar na base do interesse de diversos investigadores na área da Educação Matemática pela discussão sobre Teoria da Educação Matemática? Uma possível resposta poderá ser a de que apenas começou a haver a preocupação de uma meta-reflexão no campo da Educação Matemática quando existiu uma comunidade científica com um desenvolvimento de investigação própria, momentos e locais de partilha de preocupações e que começou a procurar consolidar a posição do seu campo face a outros campos.

## **Desenvolvimento**

### **Conferências TME pós-Adelaide**

Posteriormente ao ICME 5 de Adelaide o grupo TME realizou outros encontros. A segunda conferência ocorreu na Universidade de Bielefeld em 1985 e centrou-se sobre fundamentos e metodologia da disciplina de Didáctica da Matemática. A maioria das comunicações colocaram a ênfase no papel da teoria e da teorização em domínios particulares do campo da Educação Matemática, nomeadamente de teorias sobre o ensino (Steiner e Vermandel, 1988). A terceira conferência, realizada em 1988 em Amberes, Bélgica, incidiu sobre formação de professores e, mais concretamente, sobre o papel e as implicações da investigação em Educação Matemática na e para a formação de professores. Os temas tratados na quarta conferência, que decorreu na Cidade do México em 1990, abordaram o estudo das relações entre orientações teóricas e métodos de investigação empírica e ainda o papel dos aspectos e abordagens holísticos e sistémicos em Educação Matemática. Finalmente, a quinta conferência efectuada em Itália no ano de 1991, centrou-se, por um lado, na interacção social e desenvolvimento do conhecimento e, por outro, no papel das metáforas e metonímias em Matemática, Educação Matemática e sala de aula de Matemática.

Tem sido ampla a gama de tópicos debatidos nos sucessivos encontros do grupo TME. Encontramos, por exemplo, temas relacionados com a Matemática, com o estudo dos processos de construção de significado para as noções matemáticas pelos alunos, com o papel da interacção social na construção do conhecimento, com a formação de professores, com métodos de investigação

---

em Educação Matemática. Para Godino (1991) a justificação desta diversidade prende-se com o facto de parecer não existir consenso acerca das questões centrais para a Educação Matemática que agrupem os interesses aparentemente diversos do campo.

Embora os temas debatidos nos diversos encontros do grupo TME tenham interesse para aspectos distintos da Educação Matemática, não é fácil observar um avanço na configuração de uma teoria de carácter fundamental que estabeleça as bases de uma nova ciência através da formulação de conceitos básicos e de postulados elementares.

### **Outros trabalhos desenvolvidos**

O interesse pelo desenvolvimento de um quadro teórico no domínio da Educação Matemática e o aprofundamento dos diversos tópicos sistematizados por Steiner no ICME 5 em 1984, foram também objecto de estudo noutras realizações para lá das conferências TME. Espalhados por diversos países podemos encontrar investigadores ou núcleos de investigadores, mais ou menos organizados, que procuram reflectir sobre temas afins de uma Teoria de Educação Matemática e analisar a actividade que tem vindo a ser desenvolvida neste domínio de investigação e/ou a produzir teorias internas a ele.

Jeremy Kilpatrick (1992), por exemplo, desenvolve uma história da constituição e desenvolvimento do campo de investigação em Educação Matemática a nível internacional. O mesmo é feito por Michèle Artigue com Régine Douady e por João Ponte, respectivamente para França e Portugal, em artigos publicados neste número da revista. Orton (1988, a publicar brevemente na revista) utiliza a teoria kuhniana e o conceito de programa de investigação de Lakatos para examinar problemas fundamentais da Educação Matemática. Juan Godino e Eduardo Ferreira têm vindo a desenvolver um trabalho de aprofundamento do tema (ver os artigos de Godino e de Ferreira neste número da revista, e Godino, 1993).

O tema da relação entre Teoria e Prática, debatido na primeira conferência TME, continuou a ser discutido noutros encontros, onde a ideia central era a de que a teoria, a investigação e a prática são indissociáveis (Christiansen e outros, 1985). O interesse por este tema não era novo em Educação Matemática. Ele tinha motivado a realização de uma conferência em Bielefeld em Dezembro de 1976 (Otte, 1977). Outros grupos debateram igualmente a relação entre teoria e prática, entre eles o grupo BACOMET (Christiansen, 1984, 1986).

Em França, um grupo de investigadores em que se incluem, entre outros, os nomes de Brousseau, Chevallard, Douady e Artigue, propõe uma abordagem dos problemas relacionados com a Educação Matemática que tenha em conta as especificidades do saber matemático bem como o papel do professor e da interacção social na sala de aula. Como característica desta linha de investigação é de salientar a abordagem sistémica das situações de ensino e aprendizagem e a ênfase colocada na produção de conceitos próprios (*situação didáctica, contrato didáctico, transposição didáctica, obstáculo*) e no desenvolvimento de um quadro teórico original que considere essas situações na sua globalidade (ver o artigo de Artigue e Douady neste número da revista e Brousseau, 1986).

Em Espanha, em Junho de 1992, constituiu-se o Seminario Inter-Universitario de Investigación en Didáctica de las Matemáticas (SI-IDM). Este Seminário que tem um interesse particular pela conceptualização da Didáctica da Matemática proposta por Guy Brousseau, visa, fundamentalmente, aprofundar o estudo e compreensão dos fenómenos didácticos, ou seja, dos fenómenos relacionados com a produção e comunicação do conhecimento matemático (Documento constitutivo, 1992).

Também em Portugal tem havido uma preocupação recente com a problemática da Teoria de Educação Matemática. Durante o II Seminário de Investigação em Educação Matemática, foi lançada, no Porto, a ideia de se constituir um grupo de trabalho que posteriormente foi designado por Grupo Português de Teoria de Educação Matemática (GruPo TEM). Este grupo estabelece relações privilegiadas com o Seminário Ibero-Americano Permanente de Teoria da Educação Matemática (SIPTeM) que agrupa investigadores de Portugal, Espanha e México.

A criação destes dois grupos (GruPo TEM e SIPTeM) inscreve-se na constatação de que sendo a Educação Matemática um campo de conhecimento emergente, as questões de fundamentação teórica, a investigação das relações com outros campos de referência e o estudo crítico e comparativo de distintas teorias que possam contribuir para iluminar quais as problemáticas específicas da investigação neste domínio, revestem-se de carácter fundamental. O GruPo TEM e o SIPTeM procuram:

- identificar e permutar documentos relevantes sobre fundamentos teóricos da Educação Matemática,
- estimular a discussão de trabalhos referentes a este domínio de investigação,
- produzir e divulgar documentos de trabalho sobre aspectos diversos de Teoria da Educação Matemática.



---

Uma das actividades desenvolvidas pelo GruPo TEM tem sido a análise de trabalhos de Godino, Brousseau, Freudenthal, Orton e Steiner. Foram debatidos temas diversos, entre os quais uma reflexão sobre a natureza do objecto da Educação Matemática, análise das vantagens e limites de perspectivar a Educação Matemática como um campo científico autónomo e a procura de uma caracterização do conceito de educador matemático.

### **Que perspectivas no futuro?**

A constituição, em 1984 na Austrália, de um grupo de trabalho sobre Teoria da Educação Matemática poderá ser perspectivada como a institucionalização da necessidade crescente de uma comunidade de investigadores em Educação Matemática reflectir sobre o seu próprio trabalho. A formação deste grupo poderia indiciar a existência quer de consenso quanto à natureza da investigação científica e seus resultados no domínio da Educação Matemática, quer de clareza e estabilidade quanto ao quadro teórico orientador desta investigação. No entanto, tal não acontece. Com efeito a história dos três últimos ICMEs, evidencia parecer haver diversidade de perspectivas relativamente ao significado de ser educador matemático.

O que hoje podemos encontrar no domínio da Educação Matemática, tal como em qualquer outra disciplina científica no seu estado nascente, são diversas teorias parciais, desconexas e mais ou menos dependentes de outras teorias gerais (Godino, 1991). Na actualidade esboçam-se neste domínio diferentes correntes de investigação materializadas em grupos existentes com uma certa coesão.

Muitos dos tópicos de discussão presentes em Adelaide em 1984 continuam actualmente a ser objecto de preocupação para inúmeros investigadores em Educação Matemática. A este propósito é interessante analisar as questões sistematizadas por Sierpinska, Kilpatrick, Balacheff, Howson, Sfard e Steinbring num artigo de 1993 publicado no *Journal for Research in Mathematics Education* e que se inclui neste número da revista.

Importa discutir também estas questões no Portugal de hoje, e parecem existir condições facilitadoras para que tal aconteça. Com efeito, o artigo de João Pedro Ponte publicado neste número da *Quadrante* revela-nos uma comunidade científica de educadores matemáticos portugueses que, recorrendo às suas próprias palavras, ultrapassou já as fases de *incubação* e *nascimento*, encontrando-se, neste momento em pleno *desenvolvimento*. Em nossa opi-

nião, este desenvolvimento apenas poderá ser solidificado se assente numa reflexão teórica sobre os fundamentos da nossa actividade.

Recordemos a frase de Kilpatrick com que iniciámos este artigo. O olhar para o espelho devolve-nos múltiplas imagens de nós próprios. A ilusão da possibilidade de existência de um único paradigma dominante num campo científico estável não passa, por isso mesmo, de uma miragem. Não pensamos que este facto deva ser um factor de perturbação. Uma das certezas que hoje temos em Ciência é a de que não podemos assumir epistemologias dogmáticas, mas antes perspectivas múltiplas que se enriqueçam mutuamente através de um confronto constante. Mais do que ter como meta a preocupação de aglutinar numa só as diversas imagens que o espelho nos devolve, importa antes compreender a forma de nos fortalecermos através dessas diferentes visões e de olharmos o nosso campo a partir de uma pluralidade de ângulos de análise.

## Referências

- Bauersfeld, H. (1980). Hidden dimensions in the so-called reality of a mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 11, 23-41.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la Didactique des Mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 33-115.
- Christiansen, B. (1984). The theoretical background of the project Basic Components of Mathematics Education for Teachers (BACOMET). Em H.-G. Steiner e outros (Eds.), *Theory of Mathematics Education (TME)* (pp. 132-164). Bielefeld, Alemanha: Institut für Didaktik der Mathematik.
- Christiansen, B., Howson, A. G. e Otte, M. (Eds.). (1986). *Perspectives on mathematics education. Papers submitted by members of the Bacomet Group*. Dordrecht, Holanda: D. Reidel.
- Christiansen, B. e outros (Eds.) (1985). *Miniconference at ICME5 on Systematic Cooperation between Theory and Practice on Mathematics Education. Topic Area Research and Teaching*. Copenhaga: Royal Danish School of Educational Studies, Department of Mathematics.
- Documento constitutivo (1992). *Boletim SI-IDM*, 1, 1.
- Felix, L. (1985). Essai sur l'histoire de la CIEAEM. Em J. de Lange Jzn (Ed.), *Mathematiques pour tous... à l'age de l'ordinateur* (pp. 375-378). Leiden, Holanda: State University of Utrecht.
- Godino, J. (1991). Hacia una teoria de la educación matemática. Em A. Gutierrez (Ed.), *Area de conocimiento: Didactica de la Matemática*, (Cap. 3). Madrid: Síntesis.
- Godino, J. D. (1993). Paradigmas, problemas y metodologias en Didactica de la Matemática. *Quadrante*, 2(1), 1-14.
- Kilpatrick, J. (1985). Reflection and recursion. *Educational Studies in Mathematics*, 16, 1-26.

- 
- Kilpatrick, J. (1992). A history of research in mathematics education. Em D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 3-38). Nova Iorque: Maxwell Macmillan.
- Kuhn, T. (1989). *A tensão essencial*. Lisboa: Edições 70.
- Matos, J. M. (1985). *Cronologia recente do ensino da Matemática*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Orton, R. E. (1988). Two theories of “theory” in mathematics education: Using Khun and Lakatos to examine four foundational issues. *For the Learning of Mathematics*, 8(2), 36-43.
- Otte, M. (Ed.) (1977). *Relating theory to practice in educational research* (Materialien und Studien, Band 6). Bielefeld, Alemanha: Institut für Didaktik der Mathematik.
- Popper, K. (1988). *Universo aberto — Pós-escrito à lógica da descoberta científica*. Lisboa: D. Quixote.
- Steiner, H.-G. (1984). Introduction. Em H.-G. Steiner e outros (Eds.), *Theory of Mathematics Education (TME)* (pp. 1-6). Bielefeld, Alemanha: Institut für Didaktik der Mathematik.
- Steiner, H.-G. e outros (Eds.). (1984). *Theory of Mathematics Education (TME)*. Bielefeld, Alemanha: Institut für Didaktik der Mathematik.
- Steiner, H.-G. e Vermandel, A. (Eds.). (1988). *Foundations and methodology of the discipline mathematics education (didactics of mathematics)*. Bielefeld, Alemanha: University of Bielefeld e Antuérpia, Bélgica: University of Antwerp.

---

Ana Maria Boavida, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, 2825 MONTE DA CAPARICA.

José Manuel Matos, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, 2825 MONTE DA CAPARICA.

